

大阪大学・大学院理学研究科

博士前期課程（宇宙地球科学専攻・第2次募集）入学試験問題

小論文

（2021年10月30日11時00分～12時30分）

次の〔1〕から〔3〕までの3問のうちから2問を選択して解答せよ。各問題に一枚の答案用紙を用いること。問題番号、受験番号を記入し解答せよ。表面だけでは足りない場合は裏面に記入してよい。ただし「裏面に続く」などと表面に明記のこと。

(計算用余白)

(計算用余白)

[1]

図1のように、質量  $M$ 、半径  $R$  の剛体球が角速度  $\omega$  で回転している。原点  $O$  は球の中心にあるとして、以下の問に答えよ。ただし回転軸である  $z$  軸は  $O$  を通り、球体内部の密度は均一とは限らないが、球対称であるとする。この時、以下の問(1)~(7)に答えよ。必要であれば本問末尾につけた公式を用いてよい。

- (1) 微小体積  $dV$  の位置ベクトルを  $\mathbf{r}$  と書くとき、角運動量ベクトル  $\mathbf{L}$  を、運動量ベクトル  $\mathbf{p}$  と  $\mathbf{r}$  だけの式で表せ。その成分表示を用いて、 $dV$  の慣性モーメント  $dI$  が下式で表されることを示せ。ただし  $\mathbf{r}$  と  $z$  軸のなす角を  $\theta$ 、 $dV$  の密度を  $\rho$  とする。

$$dI = \rho dV (|\mathbf{r}| \sin \theta)^2$$

- (2) 半径  $r$ 、密度  $\rho_s$ 、厚さ  $a$  の球殻を考える。  $r \gg a$  のとき、この球殻の質量  $M_s$  は次の式で表される。

$$M_s = 4\pi a \rho_s r^2 \quad [1]$$

式[1]を用いると球殻の慣性モーメント  $I_s$  は式[2]のように計算される。その方法を説明せよ。

$$I_s = \frac{2}{3} M_s r^2 \quad [2]$$

- (3) 密度が均一な球の慣性モーメント  $I_h$  は  $\frac{2}{5} MR^2$  であることを示せ。導出に式[2]を用いてもよい。

- (4) 実際の球体の慣性モーメント  $I$  を計測すると、 $I/(MR^2)$  は密度が均一な場合の値  $2/5$  とは必ずしも一致しない。この計測値が  $2/5$  を上回った場合と下回った場合で、内部の密度構造にどのような差があるか考察せよ。

- (5) 図2のような2層構造の球体を考え、内層の密度を  $\rho_1$ 、外層の密度を  $\rho_2$  とする。内層の半径が天体全体

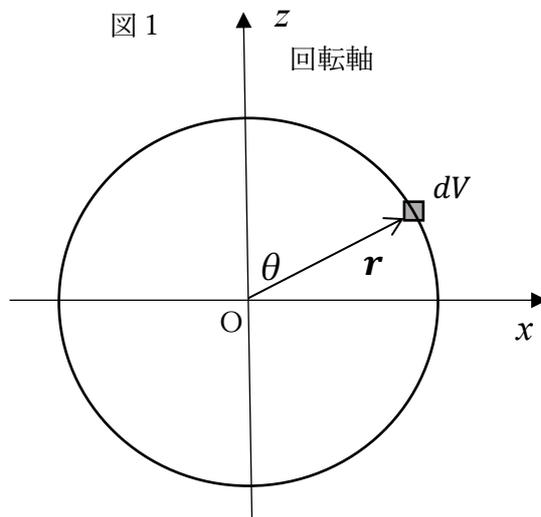
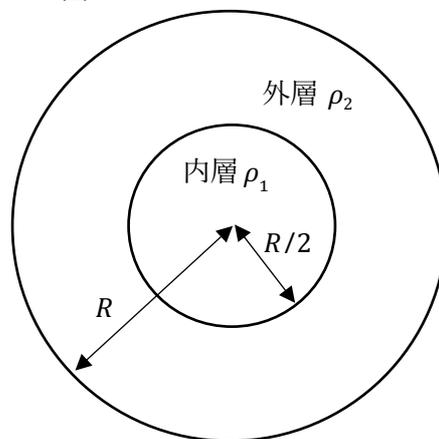


図2



の半径 $R$ の  $1/2$  のとき、天体の質量 $M$ および慣性モーメント $I$ を  $\rho_1, \rho_2$  および $R$ を使った式で表わせ。

(6) 内部構造が未知の天体の $I/(MR^2)$ を観測したところ、 $0.3$ であった。この天体が図2のような構造をもつと仮定したとき、内層と外層の密度の比 $\rho_1/\rho_2$ を求めよ。

(7) 近年、探査機によるミッションで様々な天体の $I/(MR^2)$ が観測され、その値に基づいて天体の内部構造が研究されている。観測による $I/(MR^2)$ の求め方を1~2行で説明せよ。

公式

$$\int \sin^3 x dx = \frac{1}{3} \cos^3 x - \cos x + C$$

$$\int \cos^3 x dx = -\frac{1}{3} \sin^3 x + \sin x + C$$

$$\int \sin^2 x dx = \frac{1}{2} x - \frac{1}{4} \sin 2x + C$$

$$\int \cos^2 x dx = \frac{1}{2} x + \frac{1}{4} \sin 2x + C$$

[2]

図3は太陽系に存在する代表的な揮発成分 ( $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{CO}_2$ ,  $\text{N}_2$ ) の温度 - 圧力状態図である。 $\text{H}_2\text{O}$  は実線、 $\text{CO}_2$  は点線、 $\text{N}_2$  は破線でそれぞれ示す。また、図中の「火星」「地球」「金星」と記された太線の領域は、それぞれの惑星表面の温度・圧力条件の範囲を示す。

(1)  $\text{H}_2\text{O}$  (実線) について、以下の3問に答えよ。

(1-1) 曲線 AT と曲線 TB と曲線 CT をそれぞれ何と呼ぶか。

(1-2) 点 A を何と呼ぶか。また、この点の物理的意味を1行程度で説明せよ。

(1-3) 点 T を何と呼ぶか。また、この点で物質はどのような状態になっているかを1行程度で説明せよ。

(2) この状態図を熱力学的に考えてみよう。

(2-1) ヘルムホルツの自由エネルギー  $F$  の微分形式  $dF = -SdT - pdV$  と、ギブスの自由エネルギーの定義  $G = F + pV$  から、以下の関係式を示せ。

$$\left(\frac{\partial G}{\partial p}\right)_T = V \quad [1]$$

$$\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_p = -S \quad [2]$$

(2-2) 二つの相が共存しているときは、それぞれの相におけるギブスの自由エネルギーが等しくなっている。相1と2のエントロピーをそれぞれ  $S_1$  と  $S_2$ 、体積を  $V_1$  と  $V_2$  と書くと、共存状態において以下の関係式が成り立つ。

$$\frac{dp}{dT} = \frac{S_1 - S_2}{V_1 - V_2} \quad [3]$$

この式を導出せよ。なお、導出においては式[1]と[2]を使ってよい。

(2-3) 曲線 CT は負の勾配を持っている。その物理的意味を式[3]に基づいて数行で説明せよ。

(3) 以下の2問について、それぞれ5~10行程度で議論せよ。

(3-1) 一般にハビタブルゾーンは恒星からある距離の範囲内にある領域を指す。しかし、この領域内でも液体水が必ず存在するとは限らず、領域外であっても液体水が安定に存在できる場合もある。ここに示した状態図を参考にして、物質の相変化の観点から、 $\text{H}_2\text{O}$

が主成分となる天体の形成過程と、その天体に液体水が存在し得る具体的な領域について議論せよ。

(3-2) 現在の火星や金星は太陽系のハビタブルゾーン内に含まれず、大気成分は主にCO<sub>2</sub>が大部分を占めているなど、地球大気とは大きく異なる。生命圏が維持できるように火星や金星の表層環境を変えるためには、どのようなことを行えばよいだろうか。科学的に可能と思われる案について自由に考え、その詳細を具体的に議論せよ。

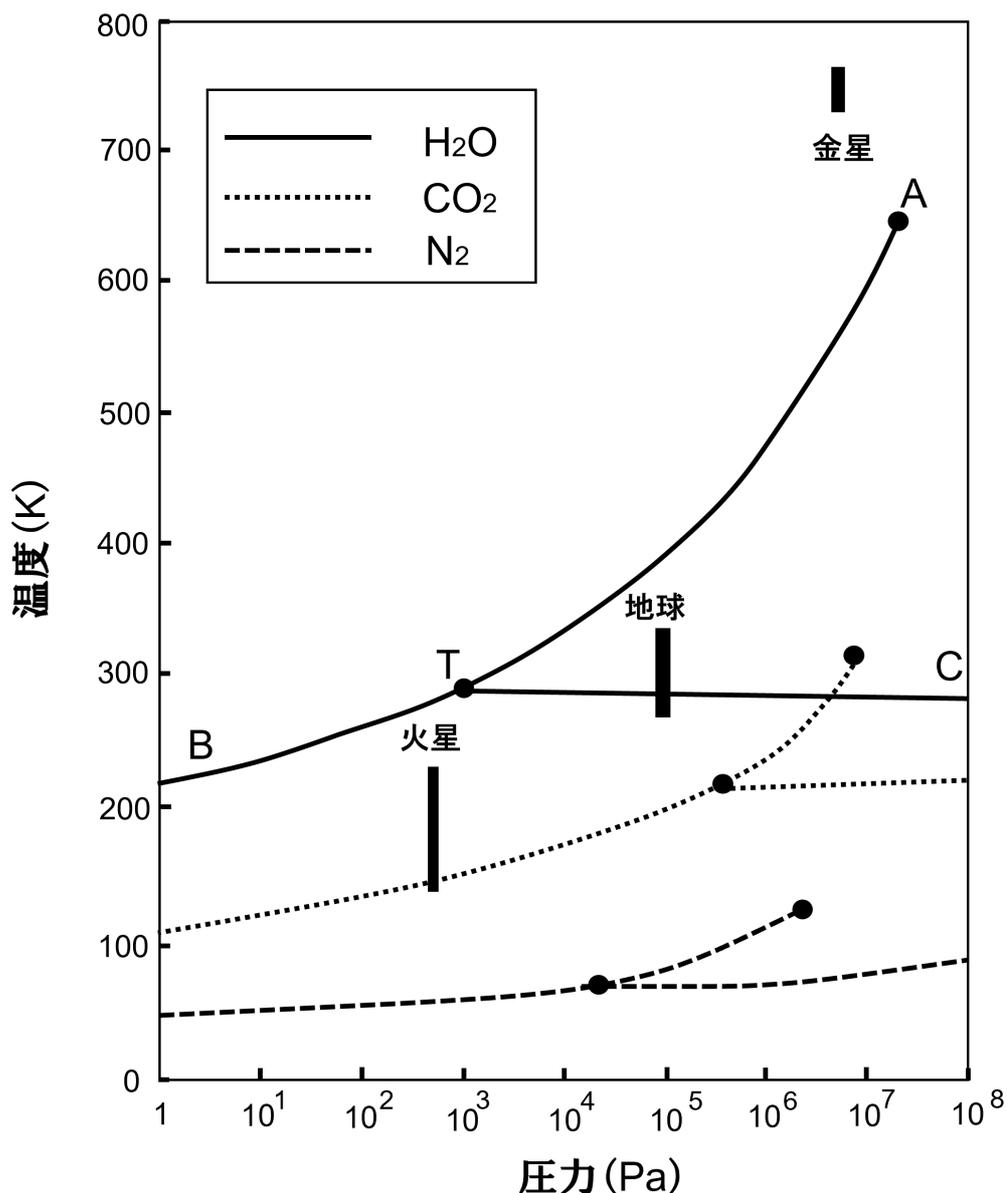


図3

**[3]**

大学院に進学した場合にどのような内容の研究を希望するか、以下の各項目についてそれぞれ 10 行程度で述べよ。

- (1) 研究内容の学術的背景と問題提起
- (2) 研究に用いる具体的な手法
- (3) 研究結果から期待される関係分野への波及効果

(計算用余白)