

大阪大学・大学院理学研究科

博士前期課程（宇宙地球科学専攻・第2次募集）入学試験問題

小論文

（2020年10月24日11時00分～12時30分）

次の〔1〕から〔4〕までの4問のうちから2問を選択して解答せよ。各問題に一枚の答案用紙を用いること。問題番号、受験番号を記入し解答せよ。表面だけでは足りない場合は裏面に記入してよい。ただし「裏面記入」と表面に明記のこと。

[1]

地球の物理特性に関する実験や見積もりについて、以下の問(1)~(8)に答えよ。

- (1) まず、地球の半径 R_E を求めよう。地球上のある地点で長さ l_g ($l_g \ll R_E$) の棒を鉛直に立てたとき、その影が棒の真下にしか投影されなかった(太陽光線が鉛直上方から入射していた)とする。これと同日同時刻に同経度で北に距離 D だけ移動した地点で同じ長さ l_g の棒を鉛直に立てたとき、影の長さが αl_g と観測できたとする。これらの情報から、地球が球形で近似可能として R_E を α と D から求めるための関係式を求めよ。
- (2) 次に地表での重力加速度 g を求めよう。長さ l_p の質量の無視できる糸の先に質量 m_p のおもりをつるした振子の振れ角(鉛直となす角)を θ_p とする。摩擦を無視できるとして、 θ_p の満たす運動方程式を書け。更に、振幅が小さいとき ($\theta_p \ll 1$ rad)、 g を振動周期 T_p の計測から求めるための関係式を求めよ。
- (3) 続いて、ねじり秤を用いて万有引力定数を測定する。そのために、両端に質量 m_t の小球をつけた質量の無視できる棒(長さ l_t)を、その中心部で摩擦の無視できる糸により水平につるしたねじり秤(図1)の特性を考える。棒は水平面内で回転するものとする。

このねじり秤の回転軸まわりの慣性モーメントは $\frac{m_t l_t^2}{2}$ 、角度 θ_t だけねじったときにこれを元に戻すようにかかるトルクは $\kappa_t \theta_t$ となる(とする) (κ_t は定数)。このねじり秤に微小な初期ねじりを加えて手を離した場合に実現されるねじり振動の周期 T_t を計測することにより、 κ_t を求めたい。そのために必要となる関係式を求めよ。

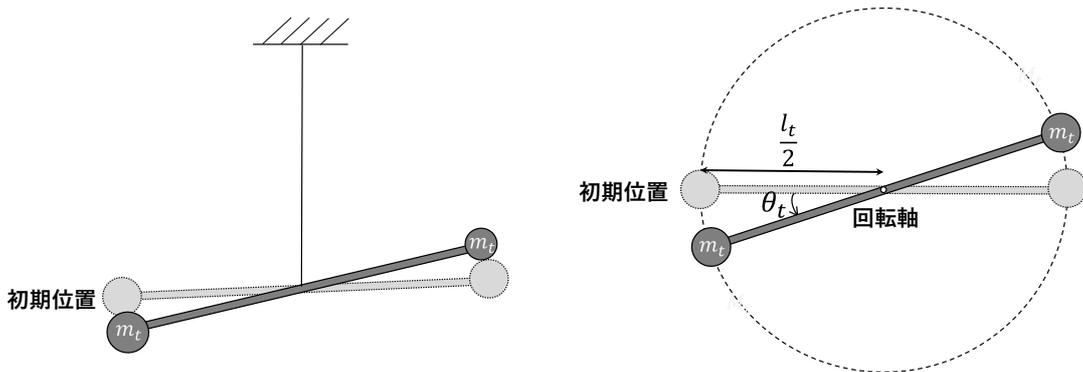


図1：ねじり秤の俯瞰図(左)と鉛直上方から見た図(右)

- (4) このねじり秤を用いて万有引力定数 G を求める方法を考える。図2のように小球と同じ水平面内に質量 M_t の2つの大球($M_t \gg m_t$)をねじり秤に偶力がかかるように置いたときに、ねじり角が θ_e で大球が小球から(ねじり秤の腕 l_t の方向と垂直な方向に)距離 r_t となる状態であつたとする。ただし、 r_t は球が接触しない範囲で十分小さく($l_t \gg r_t$)、遠い方の大球の影響は無視できるとする。この実験により G を求めるための関係式

を求めよ。

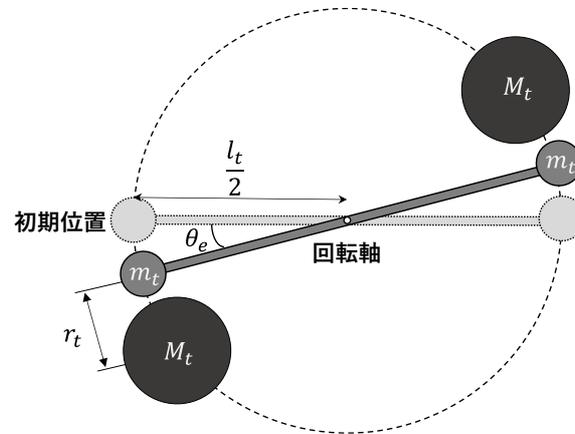


図2：大球により偶力がかかったねじり秤（鉛直上方から見た図）

- (5) 以上の実験から $R_E = 6.4 \times 10^6$ m、 $g = 9.8$ m s⁻²、 $G = 6.7 \times 10^{-11}$ m³ kg⁻¹ s⁻² と求めたとして、地球の平均密度 ρ_E の値を有効数字 2 桁で求めよ。
- (6) 地球は小さな岩塊が集積して形成されたと考えられている。この集積過程で解放される万有引力のポテンシャルエネルギー（以下ポテンシャルと呼ぶ）について見積ってみよう。質量 m まで成長した時点の地球（半径 R ）に無限遠から微小質量 dm の岩塊が付着したときに解放されるポテンシャル $|dU|$ の表式を求めよ。
- (7) 前問で求めた $|dU|$ を、岩塊および地球が密度一様の球で近似可能として、初期質量 0 から現在の地球質量 $M_E (= \frac{4\pi R_E^3 \rho_E}{3})$ まで積分することにより、集積により解放されたポテンシャル $|U|$ の表式を G 、 M_E 、 R_E を用いて表せ。
- (8) 前問で求めた $|U|$ が初期地球の加熱に全て使われたと仮定（放射による冷却等の効果を見捨）した場合の上昇温度を見積もってみよう。問(5)の値と岩石の比熱値 ($C = 1.0 \times 10^3$ J K⁻¹ kg⁻¹ とする) を用いて、初期地球全体が一様に暖められたとしてその上昇温度を有効数字 1 桁で求めよ。ただし、初期地球の半径と質量は現在の値 (R_E 、 M_E) と同じとする。

[2]

17世紀初めに英国のギルバートは、地球内部に巨大な永久磁石を仮定することで、世界各地の地球磁場を説明しようとした。今日、地球周辺の広い空間で、地球磁場の分布が観測され、それらは地球中心に磁気双極子モーメント \vec{M}_E を仮定することで、おおむね説明される。 \vec{M}_E の性質を調べる目的で、磁気双極子モーメント \vec{m}_B の鉄製の棒磁石を用いて、以下の実験を行った。 \vec{M}_E は地球の中心に位置し自転軸に平行であるとして、以下の問いに答えよ。ただし(6)~(9)については、2問を選択して答えること。必要なら枠内の式や数値を用いてもよい。

磁気双極子モーメント \vec{m} が位置ベクトル \vec{r} の点に生む磁束密度 \vec{B} の成分は、真空透磁率を $\mu_0 = 1.26 \times 10^{-6} \text{ N A}^{-2}$ として下式で表される。 \vec{r} の原点は \vec{m} の中点にある (図1 参照)。

$$\text{動径成分: } B_r = \frac{\mu_0 |\vec{m}|}{4\pi} \frac{2 \cos \theta}{r^3} \quad \text{--- (1)}$$

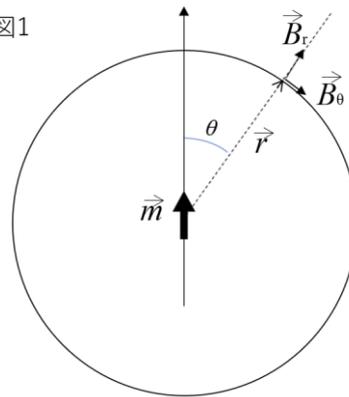
$$\text{接線成分: } B_\theta = \frac{\mu_0 |\vec{m}|}{4\pi} \frac{\sin \theta}{r^3} \quad \text{--- (2)}$$

$\theta = 3^\circ$ の時: $\sin \theta = 0.052$, $\cos \theta = 0.998$

$\theta = 30^\circ$ の時: $\sin \theta = 0.5$, $\cos \theta = 0.87$

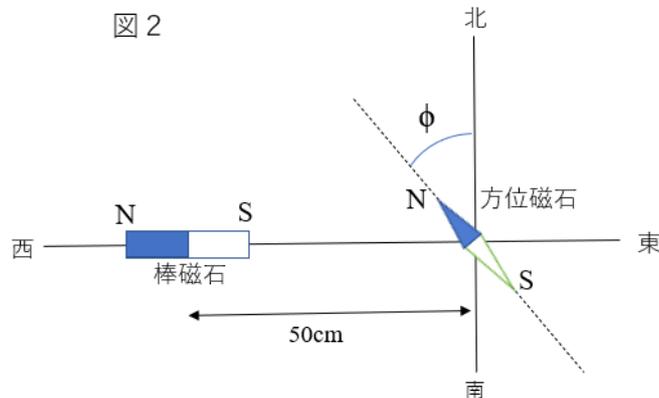
$\theta = 60^\circ$ の時: $\sin \theta = 0.87$, $\cos \theta = 0.5$

図1



- (1) \vec{M}_E の絶対値を推定する目的で、図2に示す実験を北緯 30° の地点で行った。まず始めに、方位磁石を水平面上に置き、次に方位磁石から真西へ 50 cm 離れた位置に棒磁石を、 \vec{m}_B が水平面内で子午線に垂直になるよう固定した。すると方位磁石の磁針は、子午線から $\phi = 3^\circ$ 西に回転した。地球の半径を 6400 km として、 $|\vec{M}_E|$ は $|\vec{m}_B|$ の

図2



- 何倍かを有効数字 2 桁で推論せよ。ただし棒磁石の大きさは距離 50 cm に比べて十分小さいものとする。
- (2) 次に $|\vec{m}_B|$ を得る目的で、図 3 に示す実験を行った。まず棒磁石を鉛直に立てて固定する。次に磁石の中心 O から鉛直に L だけ離れた位置で、巻数 ν の円形コイルを角速度 ω で回転させると、コイルには最大値 ϵ_0 の起電力が発生した。コイルの半径 a が、 L に比べて十分小さいとき、 $|\vec{m}_B|$ を計算する式を導け。ただしコイルの回転軸はコイル面内にあり、コイルの中心を通る。また回転軸は、水平面に平行である。
- (3) (2) で $L = 10 \text{ cm}$ 、 $a = 1 \text{ cm}$ 、 $\nu = 100$ 、 $\omega = 2000 \text{ rad s}^{-1}$ のとき、 $\epsilon_0 = 0.01 \text{ V}$ だった。 $|\vec{M}_E|$ の値を、 A m^2 の単位を用いて有効数字 2 桁で求めよ。ただし、地球磁場の影響は無視できるものとする。
- (4) 図 2 の棒磁石の中心 O に、 \vec{m}_B に垂直な回転軸を取り付けたのち、この軸を北緯 30° の地点で東西方向に固定し、棒磁石が回転軸の周りを自由に回転できるようにした (図 4 参照)。 \vec{M}_E が作る磁束密度を \vec{B}_E として、 \vec{m}_B が受けるトルク \vec{N} を、 \vec{m}_B 、 \vec{B}_E を用いて表せ。さらにこの式に基づいて、棒磁石の回転の運動方程式を導け。ただし水平面上の北方向を $+x$ 軸方向、鉛直下方向を $+y$ 軸方向とし、 \vec{m}_B および \vec{B}_E が水平面となす角度として、各々 α および β を用いること。また、上記の回転軸に関する棒磁石の慣性モーメントを I で表せ。

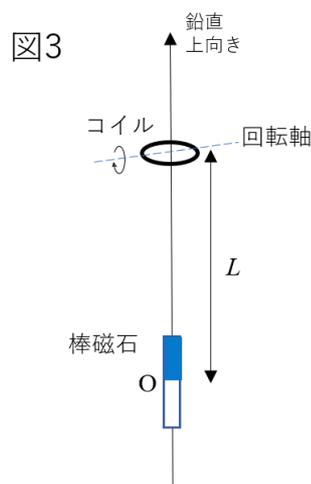
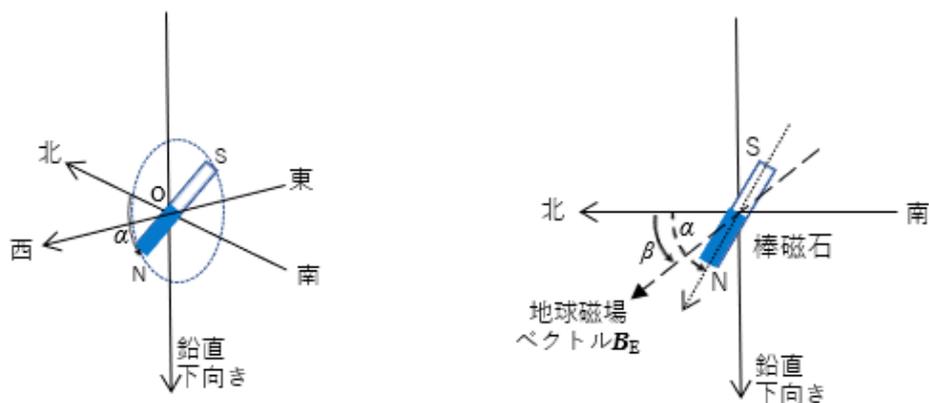


図4 小問(4)の装置の俯瞰図(左)と、西方向から見た鉛直面内の図 (右)



- (5) (4)の実験を開始してしばらく経つと、棒磁石は水平面に対し角度 α_0 だけ傾いて静止した。 $\tan \alpha_0$ はいくらか。有効数字 2 桁で答えよ。

- (6) 地球の全表面から外へ出る磁力線と、外から中へ入る磁力線の数の関係を、Maxwell 方程式を用いて説明せよ。
- (7) 今日、地球の中心には、鉄を主成分とする中心核が存在すると考えられている。地球中心の高温状態や高圧状態、あるいは地磁気の起源に関する近年のモデルなどを考慮し、冒頭に述べたギルバートの仮説の妥当性を議論せよ。
- (8) 地球以外で磁気双極子モーメントを有する天体と有さない天体の例を、2例ずつ挙げよ。天体の磁気双極子モーメントが周囲に及ぼす作用、あるいは天体の磁気双極子モーメントを利用した宇宙物理の観測方法について、例を挙げて説明せよ。
- (9) 19世紀初めにドイツ人のガウスは、地球磁場によって棒磁石を回転振動させることで、地球磁場の大きさを初めて計測した。それ以後の計測により、地球磁場の大きさは約200年間で1割以上減少していることが分かった。もし地球磁場がそのまま減少を続けた場合、それが地球環境に及ぼす影響について、その可能性を理由と共に議論せよ。

[3]

以下の2つの問題に答えよ。

(1) 以下の語句(ア)~(キ)から2つを選択して、それぞれ5行程度で説明せよ(図を用いてもよいが、行数には数えないこと)。そのときに、以下に挙げるキーワードを必ず2つは使用すること。同じキーワードを別の語句説明に使用しても構わない。説明文中で使用したキーワードには下線を引くこと。

- (ア) 宇宙の加速膨張
- (イ) 活動銀河核
- (ウ) 磁気圏
- (エ) 重力レンズ
- (オ) 炭素質コンドライト
- (カ) (太陽・恒星周囲の) ハビタブルゾーン
- (キ) 分子雲コア

(キーワード)

一酸化炭素、二酸化炭素、水素分子、系外惑星、Ia型超新星、有機物、太陽風、赤方偏移、木星型惑星、温室効果、リュウグウ、火星、微惑星、ダークマター、ハッブルの法則、ブラックホール、エックス線、銀河団、オーロラ、電波

- (2) プランクの式によると、黒体放射の（単位立体角当たりの）放射強度 B は、温度 T および波長 λ の関数として次式で表される。

$$B(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) - 1} \quad (*)$$

この式において $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J s}$ はプランク定数、 $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$ はボルツマン定数、そして $c = 3.00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$ は光速である。また $\exp(x)$ は、指数関数 e^x である。この式(*)を描いたのが、図 1 である。図も参考にして以下の問題を解け。数値を求めるときには有効数字は 2 桁とせよ。

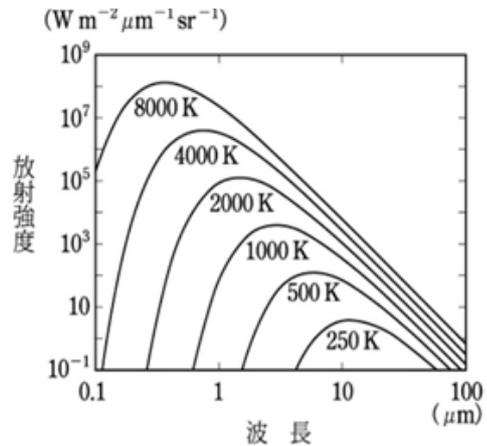


図 1 波長と放射強度の関係（対数）

- (a) 黒体放射の放射強度にはピークがあり、図 1 で示すように温度上昇とともに放射強度は強くなりそのときのピーク波長 λ_{\max} は短くなる。 λ_{\max} は、上式 (*) を λ で偏微分して 0 とおくことで求まる。この条件は、 $s = \frac{hc}{\lambda_{\max} kT}$ とすると、 $s = 5[1 - \exp(-s)]$ となることを示せ。
- (b) $s = 5[1 - \exp(-s)]$ を解くと $s \sim 4.965$ を得る。これを用いて $\lambda_{\max} T$ の数値を計算せよ。
- (c) 温度 $T = 6000 \text{ K}$ の太陽、 $T = 300 \text{ K}$ の地球、 $T = 3.0 \text{ K}$ の宇宙の出す電磁波のピーク波長の数値をそれぞれ求め、対応する電磁波の種類をそれぞれ述べよ。
- (d) 太陽の半径を 70 万 km とする。太陽が 6000 K の黒体放射でエネルギーを放出しているとすると、1 秒間に太陽から電磁波として放出される全エネルギーを求めよ。シュテファン=ボルツマン係数は、 $5.7 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ とする。
- (e) (d) で求めたエネルギーは太陽内部での核融合で生成されるエネルギーと釣り合っているとすると、核融合により、1 秒間に減少する太陽質量を求めよ。
- (f) (e) で求めた質量減少率が一定であったとする。100 億年で核融合により太陽が失う質量を求め、現在の太陽質量 $2.0 \times 10^{30} \text{ kg}$ と比較せよ。

[4]

近年、以下の地球科学に関する研究成果（1）～（6）が公表された。この中から4つを選択し、各々の研究成果の概要とその発展性について5～10行程度で記述せよ。

- (1) 千葉県市原市の地層「千葉セクション」が、国際境界模式層断面とポイントとして認定され、「チバニアン」と命名された。
- (2) 通常地震と比べ極めてゆっくりと断層が滑る現象「スロー地震」が発見され、巨大地震発生と関係する可能性が提案された。
- (3) 日本近海の海底にレアメタルを含む岩石が広く分布していることが発見された。
- (4) 太平洋などの海底下の岩石内に多くの微生物が生息していることが発見された。
- (5) 白亜紀最末期（約6600万年前）に直径10 km程度の巨大隕石が衝突し、生物大量絶滅につながったことは、これまでの様々な研究により、広く受け入れられている。さらに、白亜紀と古第三紀の境界層試料の高次分析の結果、大規模な酸性雨の発生を示す証拠が発見された。
- (6) 海底下構造探査により、プレート運動の原動力がマンツルの流動であることを示唆する剪断による構造が発見された。