

大阪大学・大学院理学研究科
博士前期課程（宇宙地球科学専攻・第2次募集）入学試験問題
小論文
（2016年10月29日11時00分～12時30分）

次の〔1〕から〔4〕までの4問のうちから2問を選択して解答せよ。各問には試験答案用紙を用い、選択問題番号の欄に選択した番号を記入すること。解答を表面に記入しきれない場合には、裏面を使用して良い。試験答案用紙は1問につき1枚のみ使うこと。

[1] 以下の問いに答えよ。万有引力定数を G とする。

I. 以下の宇宙物理に関する用語のうち、1つを選び、2~5行で簡潔に説明せよ（選択した記号を解答用紙に記入せよ）。

(ア) 宇宙の大規模構造

(イ) コア集積モデル

(ウ) 宇宙線加速

II. 質量 M の質点 A の周りを質量 m ($M \gg m$)の質点 B が等角速度 ω で回っている。 A の位置を原点、 B の位置ベクトルを $\mathbf{r} = (x, y)$, $|\mathbf{r}| = r$ として、以下の問いに答えよ。

(1) 質点 B のポテンシャルエネルギー $U(r)$ を書け。

(2) $\mathbf{F} = -\nabla U(r)$ から、 B に働く力 \mathbf{F} を、 \mathbf{r} を用いて書け。

(3) 問(2)の力と、ポテンシャルエネルギーが $U(r) = mgh$ で表される力との違いを書け。
ここで g は重力加速度、 h は地表（基準面）からの高さ。

(4) B にかかる遠心力を \mathbf{r} を用いて書け。

(5) 角速度 ω を書け。

(6) 加速度ベクトルを $\ddot{\mathbf{r}}$ として、 \mathbf{r} に関する運動方程式を書け。

(7) $t = 0$, で $x = r$, $y = 0$ のとき、 x , y について運動方程式を解け。

(8) この運動を x 軸上の十分遠方からみると、どのような運動に見えるか、10字程度で書け。

III. 1610年に、ガリレオ・ガリレイは、木星のまわりの星が約17日間で木星の中心から最大角度10分角（1分角は $1/60$ 度）の単振動をしていることを観測して、衛星カリストを発見した。その時の地球と木星の距離を $D = 6.5 \times 10^8 \text{ km}$ とするとき、以下の問いに答えよ。（有効数字1桁で答えよ）

(9) この衛星が木星を円軌道で公転しているとすると、公転半径 r_c を求めよ。

(10) 地球の公転半径を $r_{\oplus} = 1.5 \times 10^8 \text{ km}$ とすると木星の質量の太陽の質量に対する比を求めよ。

IV. ポテンシャルエネルギーが位置 x の関数 $U(x)$ で表される F を受ける質点の運動に関して以下の問いに答えよ。

(11) $x = 0$ で極小値 $U(0)$ を取る場合、その1階微分 $\frac{dU}{dx}(0)$, 2階微分 $\frac{d^2U}{dx^2}(0)$ の条件をかけ。

(12) 質点が $x = 0$ 付近で微小運動する場合を考える。 $U(x)$ を $x = 0$ 付近で x の2次までマクローリン展開して近似せよ。

(13) 質点が $x = 0$ 付近で僅かに動いたときに受ける力 F を求めよ。

(14) これから、一般的にポテンシャルの極小値付近での質点の微小運動はどのような運動となるか答えよ。またその理由を10字程度で書け。

[2] 以下の設問に答えよ。

I. 静電ポテンシャル（電位）が次の形で与えられているとする。

$$\phi(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^{-r/\lambda}}{\lambda}$$

ここで r は原点からの距離とし、 λ は定数であり、 $\lambda > 0$ とする。 ϵ_0 は真空の誘電率、 q は電荷の次元を持った定数である。

- (1) 電場 $E(r)$ を求めよ。
- (2) 半径 r より内側の電荷の総量を求めよ。

II. 原点以外で電荷密度が次の形で与えられているとする。

$$\rho(r) = -\frac{q}{4\pi\lambda^2} \frac{e^{-r/\lambda}}{r}$$

ここで r は原点からの距離とし、 $\lambda > 0$ とする。 q は電荷の次元を持った定数である。原点には Q_0 という点電荷が存在するものとし、原点を含む全空間の電荷の総量はゼロとする。

- (3) 原点を除く、半径 r より内側の電荷の総量を求めよ。
- (4) 原点を含む全空間の電荷の総量がゼロであることより、原点に存在する電荷量 Q_0 を q を使って表せ。
- (5) 原点以外の場所 ($r > 0$) での電場 $E(r)$ を求めよ。
- (6) 原点以外の場所 ($r > 0$) での静電ポテンシャル $\phi(r)$ を求めよ。 ϕ は無限遠でゼロとする。必要に応じて公式

$$\frac{d}{dx} \frac{e^{ax}}{x} = \frac{ax - 1}{x^2} e^{ax}$$

を使ってよい。なお、 a は定数である。

- (7) 問 (6) で得られた関数形のポテンシャルは湯川ポテンシャルと呼ばれ、核力（強い相互作用）のポテンシャルがこの形であることが知られている。核力について 20 文字程度で簡単に説明せよ。

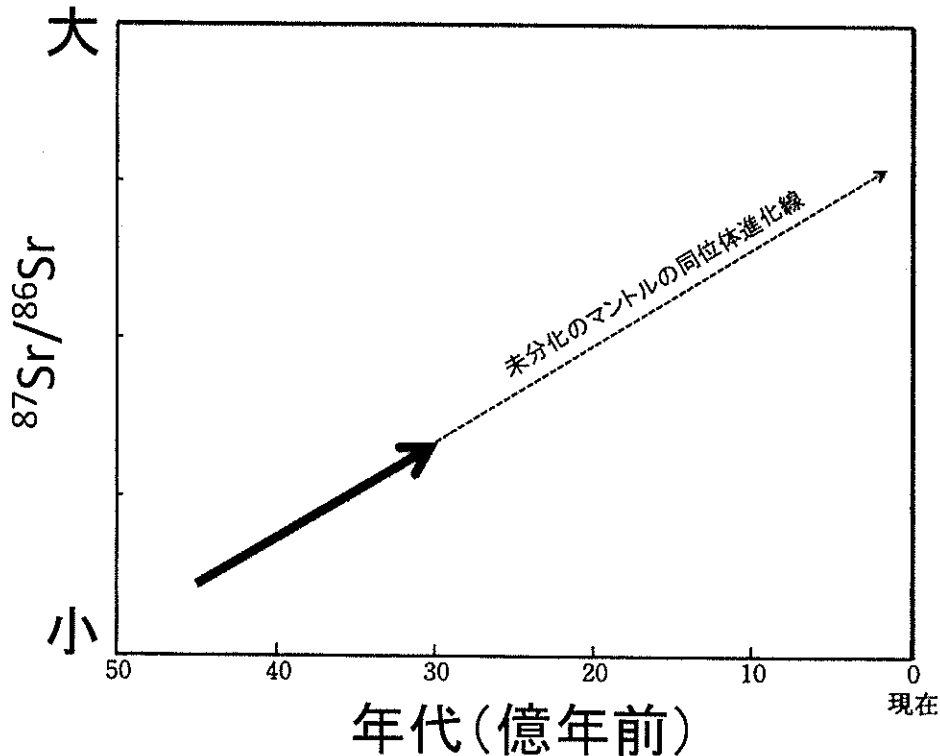
[3] 以下の設問に答えよ。

(1) ある岩石試料の放射年代測定について考える。放射性元素である親核種の現在の原子数を P_p 、その崩壊定数（壊変定数）を λ とおくと、 $dP_p/dt = -\lambda P_p$ と表すことができる（下付き添字の p は present (現在) を表す）。この時、娘核種の現在の原子数を D_p 、時間 t だけ遡った時点における試料中の原子数を D_0 とする時、 D_p が以下のように表せることを示せ。

$$D_p = D_0 + P_p(e^{\lambda t} - 1)$$

(2) 問 (1) で示した式の両辺を、娘核種と同じ元素で、親核種からの寄与のない安定同位体の原子数 D_s で割り算することにより、 $\frac{D_p}{D_s} = \frac{D_0}{D_s} + \frac{P_p}{D_s}(e^{\lambda t} - 1)$ が得られる。この式から岩石試料の放射年代 t を求める方法を説明せよ。またそのための前提条件（仮定）について述べよ。

(3) Sr の同位体比を用いてマントルと大陸地殻の進化について論じる事ができる。今から 30 億年前にマントルの大規模な分化が起こり、大陸地殻と融け残りマントルができたとする時、それ以降の大陸地殻と融け残りマントルの進化線は、それぞれどのように表されるかグラフに記入せよ。またその理由を、Rb の固相-液相間の分配の観点から述べよ。ただし ^{87}Rb は半減期 4.88×10^{10} 年で ^{87}Sr に放射壊変するとする。



(4) 一般に太陽系の年齢は約 46 億年と推定されている。その同位体地球化学的な根拠について、100 文字程度で述べよ。

[4] 以下に記す設問 (1) から (8) のうち、4問を選択して、それぞれ5～10行で解答せよ。図を用いてもよいが、行数には計上しないこと。なお、解答用紙には、選択した設問記号を記入せよ。

- (1) 地震波トモグラフィを用いた、地球深部の全球スケールの構造を解析する方法について、その原理と測定法について説明せよ。
- (2) 日本列島などの島弧では、花崗岩が広く分布する。このような花崗岩を形成したマグマの成因について説明せよ。
- (3) 上部マントルの主要鉱物であるカンラン石は、地下約660 kmでの高温高压条件のもとで、相転移を起こす。この相転移に伴う結晶構造の変化および弾性波速度の変化について説明せよ。
- (4) 海底面では、砂粒が水流によって運搬・堆積することにより、様々な堆積構造が作られる。その1つにハンモック状斜交層理が挙げられる。この構造の形状と構成する粒径および発達する場所について説明せよ。
- (5) 内陸型地震の震源は一般に地下 15～20 kmであることが多い。この原因について、岩石のレオロジーに着目して説明せよ。
- (6) 地球上の鉄資源のほとんどは、縞状鉄鉱床から採掘されている。この縞状鉄鉱床の地質学的成因について説明せよ。
- (7) 中生代白亜紀には、海洋無酸素事変と呼ばれる劇的な環境変動によって、大量の黒色頁岩が形成した。この黒色頁岩の成因について説明せよ。
- (8) 地中に堆積した植物が地下深部で高い温度と圧力を経験することによって、石炭化すると考えられている。この石炭化において、熟成度に応じた石炭の名称と、熟成に伴う有機化学的な反応について説明せよ。