

大阪大学・大学院理学研究科
博士前期課程（宇宙地球科学専攻・第2次募集）入学試験問題
小論文

（2013年10月26日11時00分～12時30分）

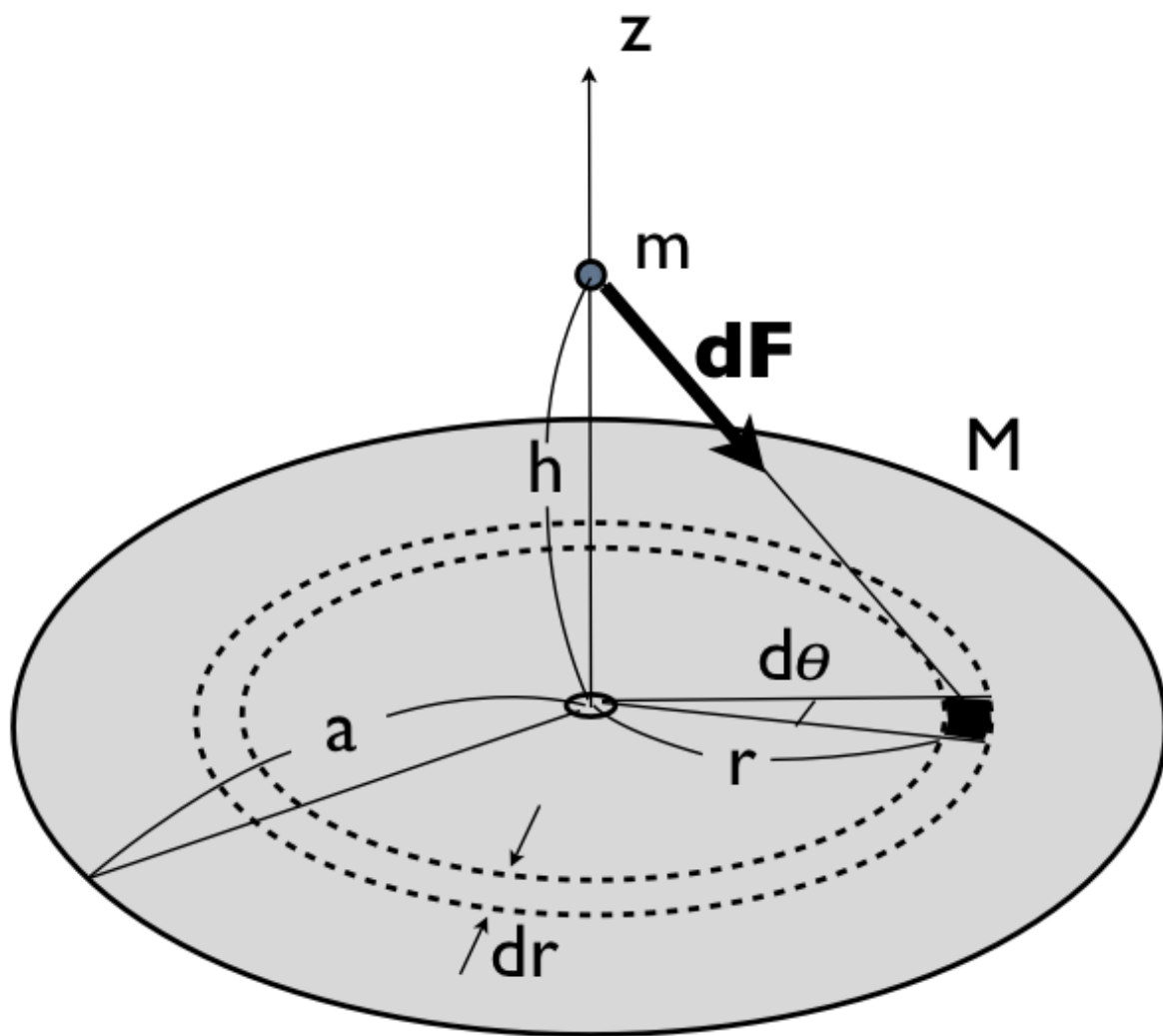
次の〔1〕から〔5〕までの5問のうちから2問を選択して解答せよ。各問には別の解答用紙を用い、解答用紙上部にある問題番号の欄に選択した番号を記入すること。解答を表に記入しきれない場合には、裏面を使用して良い。解答用紙は1問につき1枚のみ使うこと。

[1]

円盤銀河と星の運動を簡単なモデルで考えてみよう。ここでは円盤銀河を一様で厚みの無い半径 a 、質量 M の円盤とする。次のページの初期状態の図のように、円盤を xy 平面上に置き、対称性を考えて原点が円盤中心と重なるように xy 平面と直交する z 軸を設定する。

質量 m ($\ll M$) の星が z 軸上円盤中心から初期高さ h のところにあるとする。静止している状態から星は円盤の重力に引っ張られて運動を開始し、中心にある無視できる大きさの穴を通して反対側に通り返れることができる。必要ならば重力定数 G を答えに使って良い。以下の問いに答えよ。

- (1) 図に星が初期の高さ h にあるときの状態が示されている。星が任意の高さ z にあるとき、円盤内の黒く塗りつぶされた微小部分 $([r, r+dr], [\theta, \theta+d\theta])$ と星の間に働く力 dF の大きさ、またその z 方向成分 dF_z を (M, m, a, z, r, θ) を用いて表せ。
- (2) (r, θ) 方向の積分を実行し、 (M, m, a, z) を用いて、星の運動方程式を書き下せ。
- (3) z 軸上のポテンシャル $U(z)$ を (M, m, a, z) を用いて表し、積分も実行せよ。
(ヒント : $F_z = -\partial U(z)/\partial z$)
- (4) エネルギー保存則から、星の速度 $v(z)$ を (M, a, h, z) を用いて表せ。
- (5) 初期高さ h の場合、振動周期 T を求める式を書き下せ。ただし、答えは定積分のまま残して良い。
- (6) 振動の振幅が円盤の大きさに比べて非常に小さい場合 (つまり $h \ll a$)、積分を実行し振動周期 T を (M, a, h) を用いて表せ。
- (7) 実際に数値を代入して (6) で求めた周期を計算してみよう。円盤銀河の質量 M を 10^{10} [太陽質量]、半径 $a=3 \times 10^{20}$ [m]、高さ $h=3 \times 10^{18}$ [m] として、周期は約何年になるか (答えは有効数字一桁でよい)。ここで、太陽質量は約 2×10^{30} [kg]、重力定数は $G=6.7 \times 10^{-11}$ [$m^3 s^{-2} kg^{-1}$] と近似してよい。求めた振動周期 T [年] の物理的意味を 2 ~ 3 行程度で議論せよ。



[2]

金属の電気伝導について考察しよう。電気伝導は金属中の自由電子（質量 m 、電荷 $-e$ 、以下電子とする）の運動により生じるとする。電場 E がかかると、電子は電場により加速されるが、金属イオンと衝突を繰り返し十分時間が経つと一定の平均速度 $\langle v \rangle$ で電場に従って運動する。簡単のために電場方向成分のみの運動を考え、以下の問いに答えよ。

(1) 金属中の単位体積当たりの電子の数を n とすると、電場をかけ十分時間が経った後の電流密度 i を求めよ。

(2) 電子は金属イオンとの衝突で一旦速度を失い、次の衝突まで電場により再び加速される。金属内には多数の電子が存在するので、その中には金属イオンと衝突する直前のものもあれば、直後のもの、またその途中のものもある。ある一つの電子の運動を平均化した時の、この電子の速度 v の時間変化を図示せよ。ただし電子の平均の衝突時間を 2τ とする。

(3) 考察している現象では、多数の電子の平均の速度 $\langle v \rangle$ を考えなければならない。上記(2)で書いた図中に、平均速度 $\langle v \rangle$ と平均衝突時間 τ を示せ。また、平均速度 $\langle v \rangle$ を τ を用いて表せ。

(4) オームの法則は、電流密度 i と電場 E を用いると、
$$i = \sigma E$$
のように表すことができる。電気伝導率 σ を τ を用いて表せ。

(5) 銅についての室温での実験から、 $\sigma = 5.9 \times 10^7 [\Omega^{-1} \text{m}^{-1}]$ 、 $n = 8.5 \times 10^{28} [\text{m}^{-3}]$ である。半径 $1 [\text{mm}]$ 長さ $1 [\text{m}]$ の銅線に $1 [\text{ボルト}]$ の電圧をかけた場合について、電子の質量、電荷を各々 $m = 9.11 \times 10^{-31} [\text{kg}]$ 、 $-e = -1.60 \times 10^{-19} [\text{C}]$ として、電子の平均速度 $\langle v \rangle$ と τ を求めよ。これらの値から電子が衝突せずに移動できる距離の平均を有効数字 1 桁で求め、金属結晶の平均原子間距離と比較せよ。

(6) 電気伝導性をもつ物質には金属以外に半導体がある。金属と半導体の電気伝導の機構の差を説明し、ある物質が金属か半導体かを判定する実験を考案せよ。

[3]

以下の問いに答えよ（図を用いてもよいが、行数には数えないこと）。

(1) 太陽系の内側に位置する水星、金星、地球、火星は、岩石惑星または地球型惑星と呼ばれる。これら地球型惑星の内部構造の特徴を5～10行程度で述べよ。（ただし各構造と以下の物質を関連づけて述べよ：鉄、ニッケル、カンラン岩）

(2) 太陽系の地球型惑星のうち、水星と地球は磁場を持っている。この事から推測されるこれらの惑星の内部構造の特徴を5～10行で述べよ。

(3) 宇宙の観測において最も重要な観測量の一つに天体までの距離があるが、これは最も測定が難しい量の一つでもある。地球から近い天体から非常に遠方な天体まで、全てに適用できる万能な観測手法はない。そこで様々な直接的、あるいは間接的な方法を用いて、近傍から遠方へと距離測定のパラダイムを伸ばしてきた。これは、いわゆる距離梯子と呼ばれている。以下の問いに答えよ。

(a) 距離測定には、絶対的な明るさが予め分かっている天体「標準光源」が良く使われる。絶対的な明るさ（距離 D_0 にあるときに観測されるフラックスが f_0 ）が分かっている標準光源天体を観測したところ、その明るさは f だった。この時、この天体の距離 D を求め、その原理を説明せよ。

(b) この距離梯子に使われる以下の手法のうち、3つを選び、それぞれ2～5行程度で簡潔に説明せよ。（選択した記号を解答用紙に記入せよ）

- (ア) レーダー・レーザー法（レーザー測距法）
- (イ) 年周視差法（三角視差法）
- (ウ) 分光視差法
- (エ) セファイド型変光星
- (オ) タリー・フィッシャー法
- (カ) Ia型超新星
- (キ) ハッブルの法則

(c) これらの手法をどの様に組み合わせる事で距離梯子を遠方に伸ばすのか、10～15行程度で述べよ。

[4]

図1はマンツルの主要構成鉱物である Mg_2SiO_4 の相境界を示し、表1はその相変化に伴う熱力学量の変化を示す。ここでは簡単のために Mg 端成分について考える。また α 、 β 、 γ および Pv+Mw は各温度・圧力条件下での安定な相を示し、密度は $\alpha < \beta < \gamma < Pv+Mw$ 相の順に大きくなるとする。このとき以下の問いに答えよ。

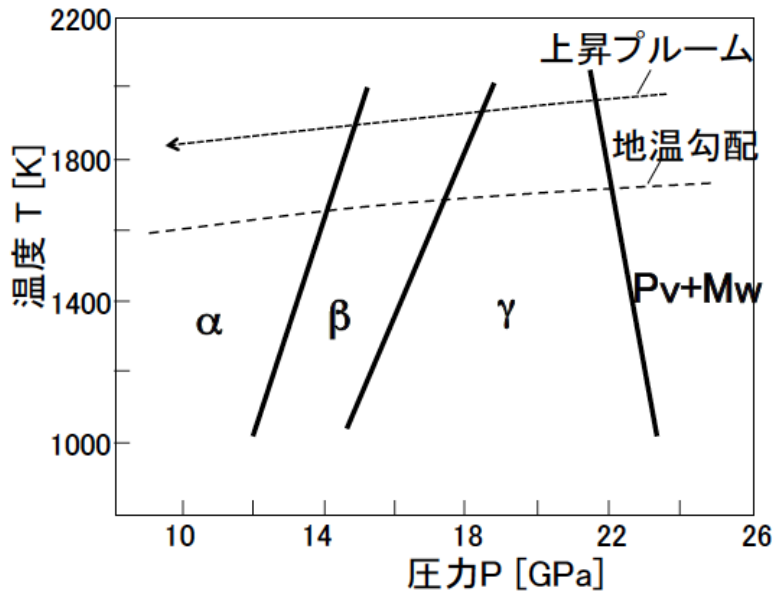


図1. Mg_2SiO_4 (Mg端成分) の相平衡図
点線は地温勾配、点線矢印は上昇プルームの条件を示す。

表1. 相変化に伴う各熱力学量の変化

	$\alpha \rightarrow \beta$	$\gamma \rightarrow Pv+Mw$
$\Delta S [J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}]$	-7.7	1.2
$\Delta V [cm^3 \cdot mol^{-1}]$	-3.16	-3.79
$\Delta H [kJ \cdot mol^{-1}]$	30	86.1

ΔS , ΔV , ΔH はそれぞれエントロピー、モル体積、エンタルピーの変化量を示す。

(1) 図1に示した Mg_2SiO_4 の α 、 β 、 γ 相は、化学組成が同じで結晶構造が異なる。このような関係を何と呼ぶか。またこの関係を持つ他の鉱物の例を1つ挙げ、その化学式を記せ。

(2) 図1の相境界上では、相変化前後の低圧相と高圧相のギブス自由エネルギーが等しくなる。これより図1の α - β と γ - $(Pv+Mw)$ の相境界の勾配 (dT/dP) を、表1を参考にそれぞれ求めよ。

(3) マントル内で下部から上昇してきたマントルよりも高温の上昇流（プルーム）が、以下の(a)、(b)を通過するとき、それぞれの境界で上昇プルームの挙動は通過前と比べ、どのように変化すると考えられるか。図1を参考に(a)、(b)の場合についてそれぞれ2～5行程度で述べよ。

(a) α - β 相境界。

(b) γ -(Pv+Mw)相境界。

(4) 上部マントルはその体積の60%がカンラン石、残りは輝石・ザクロ石から構成されると考えられる。各鉱物のMg/Si比（モル比）は、カンラン石がMg/Si=2、輝石とザクロ石はどちらもMg/Si=1と近似できる場合、上部マントルのMg/Si比を求めよ。ただし、これらの鉱物の密度はほぼ同じとみなしてよい。またこの上部マントルの値と地球の材料物質とされる炭素質コンドライト(Mg/Si \sim 1)とに違いが生ずる原因について考えられる理由を5～10行程度で書け。

[5]

以下の事項(ア)～(ケ)から、3つを選択して、それぞれについて知るところを、5～10行程度で論述せよ(図を用いてもよいが、行数には数えないこと)。また、選択した記号を、解答用紙に記入せよ。

(ア) 宇宙における生命居住可能領域 (ハビタブルゾーン)

(イ) 惑星形成理論

(ウ) 原始地球のマグマオーシャン仮説

(エ) プルームテクトニクス理論

(オ) コンドライト

(カ) 化学ポテンシャル

(キ) 活性化エネルギー

(ク) 光合成

(ケ) 超好熱菌