

大阪大学・大学院理学研究科
博士前期課程（宇宙地球科学専攻・第2次募集）入学試験問題

小論文

(2010年10月30日 11時00分～12時30分)

次の〔1〕から〔5〕までの5問のうちから2問を選択して解答せよ。各問には別の解答用紙を用い、解答用紙上部にある問題番号の欄に選択した番号を記入すること。

[1] 人工衛星の運動に関し、以下の問いに答えよ。

- (1) 高度 A 、速さ v_0 で地球を中心とした円軌道上を周回している人工衛星がある。この人工衛星の速さを制御して、進行方向に v_1 ($v_1 > v_0$)に増加させた場合、人工衛星が地球を周回できるための v_1 の上限値を求めよ。ただし、地球を半径 R 、質量 M の様な球体とし、万有引力定数を G とする。
- (2) (1)において、進行方向に人工衛星の速さを v_0 から v_2 ($v_2 < v_0$)に減少させた場合、人工衛星が地球に落下せず周回できるための v_2 の下限値を求めよ。
- (3) 人工衛星は空気の抵抗を受け徐々に落下してくるが、これに伴い人工衛星の速さは徐々に増加する。一般に、地表などで空気の抵抗があれば、最初にある速さを与えられて運動している物体は、その速さが減少していく。よって、空気の抵抗を受け人工衛星の速さが増すのは不思議だという意見がある。この意見に対して、数式を用いて反論せよ。

(ヒント) 地球の中心を原点にとった平面極座標 (r, θ) で、人工衛星の軌道は、一般に、

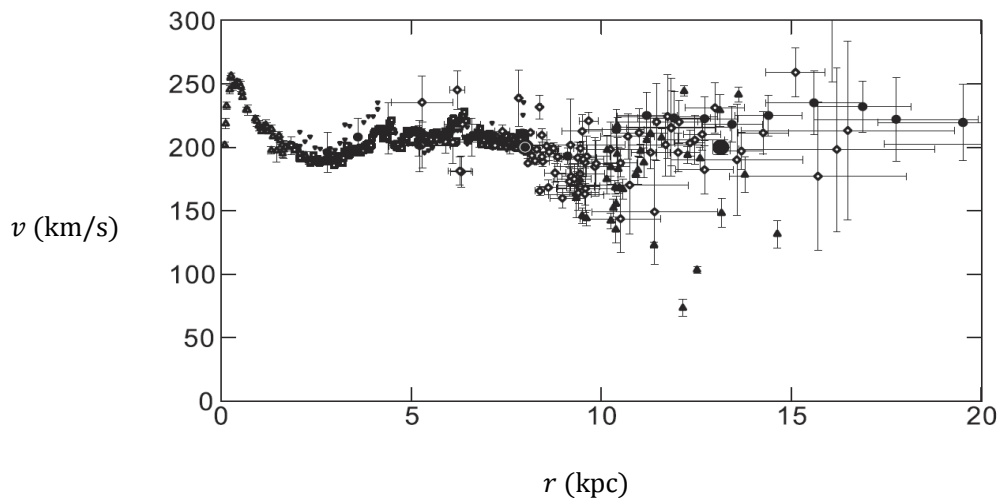
$$r = \frac{\ell}{1 + \varepsilon \cos \theta} \text{ と表せる。ただし、 } \ell \text{ は半直弦 } \left(\ell = \frac{h^2}{GM} \right), \varepsilon \text{ は離心率}$$

$$\left(\varepsilon = \sqrt{1 + \frac{2Eh^2}{G^2mM^2}} \right) \text{ で、 } m \text{ は人工衛星の質量、 } h \text{ は速度モーメント } (h = r^2\dot{\theta}), E$$

は力学的エネルギーである。

[2] 銀河系に関し、以下の問いに答えよ。万有引力定数を G 、光速を c とする。

- (1) 銀河系に含まれる星やガスに関して、銀河中心まわりの回転速度の大きさ v を、中心からの距離 r の関数としてプロットしたグラフ（銀河系の回転曲線と呼ばれる）を、下図に示す。一部の測定点を除き、中心から 20 kpc の範囲で、およそ 200 km/s の一定値をとっていることがわかる。回転速度の大きさ $v(r)$ が一定値 v_0 をとる場合、中心から半径 r 以内に含まれる質量 $M(r)$ を求めよ。銀河系の質量分布はその中心のまわりに球対称であるとする。
- (2) 銀河系に含まれる星やガスの大部分は、中心から半径 10 kpc 以内に含まれる。銀河系のほぼ全ての質量が 10 kpc 以内に含まれているとした場合、10 kpc より外側での $v(r)$ を、 $M(10 \text{ kpc})$ を用いて記せ。
- (3) (1)、(2) の議論をふまえて、銀河系の回転曲線が暗黒物質（ダークマター）の存在を示唆する観測的証拠となっていることを、説明せよ。
- (4) 銀河系の中心部にはブラックホールが存在し、その質量は太陽のおよそ 400 万倍程度と推定されている。どのような方法でこの中心ブラックホールの質量が推定されているのか、考えられる方法の 1 つを 3 行以内で説明せよ。
- (5) 銀河系中心のブラックホールに対して、球対称な質量降着が起これ、これをエネルギー源として、光度 L で等方に光が出ているとする。ブラックホールから距離 d の位置で、単位面積を単位時間に横切る輻射エネルギーは $\frac{L}{4\pi d^2}$ である。この位置に存在する降着物質に働く輻射圧はいくらか。
- (6) ブラックホール周辺から出る光の光度が増すと、降着物質に及ぶ輻射圧が大きくなるため、降着物質の量、したがって光度に上限が生じる。この上限光度をエディントン光度 L_E とよぶ。降着物質は、陽子と電子の個数比 1:1 のプラズマとして、ブラックホールがおよぼす重力と輻射力が等しくなるという条件から、 L_E を導け。ただし、ブラックホールの質量を M_0 、輻射と電子の相互作用断面積を σ_T （トムソン散乱の断面積）、陽子の質量を m_p とする。また、電子の質量は陽子の質量に比べて無視できるほど小さいとし、陽子と輻射の相互作用断面積は、電子と輻射のそれに比べ無視できるほど小さいとする。



銀河系の回転曲線 (Sofue et al., 2009, PASJ, 61, 227 より)

[3] 次の問い (ア) ~ (キ) から、3問を選択して、それぞれ5行程度で論述せよ。

- (ア) 宇宙における元素合成について、水素、ヘリウム、炭素、鉄、ウランが、それぞれ、どの時期に、どのような過程やイベントで合成されたかを、説明せよ。
- (イ) 太陽系の惑星は、地球型惑星と木星型惑星に大別できる。それぞれのタイプの惑星の形成過程をふまえ、この違いについて、説明せよ。
- (ウ) ダイヤモンドと黒鉛（グラファイト）は多形の関係にある。両者の物理的性質の違いを3つあげ、違いが生じる理由を、それぞれ説明せよ。
- (エ) プレート同士が接する境界には（1）発散型境界、（2）横ずれ型（平行移動型）境界、（3）収束型境界の3つのタイプがある。それぞれについて、地球上での具体的な場所を示し、説明せよ。
- (オ) 隕石は未分化（始源的）隕石と分化隕石に大きく分けられる。それぞれを簡単に説明するとともに、これら2種類の隕石を研究することで、それぞれどのようなことがわかるかを書け。
- (カ) 放射性元素 ^{14}C を用いた年代決定法の原理を、この方法で測定可能な年代を含め、説明せよ。
- (キ) 地震観測によって得られる地球内部の情報について、説明せよ。

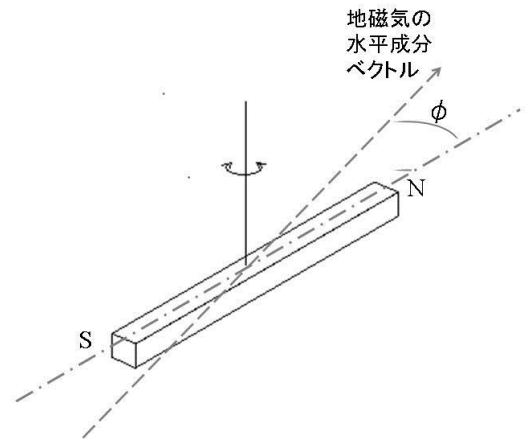
[4] 地磁気の大きさは、歴史的には、図のように棒磁石を細い糸で水平につるした装置によって測定された。この装置では、地磁気の水平成分ベクトルと棒磁石の磁気モーメント \mathbf{M}_R によるトルクで回転振動を発生させ、その周期を測定する。これを用いて、地球の磁気モーメント \mathbf{M}_E およびそれがつくる磁場について、調べてみよう。ただし、地球の半径を 6400 km とする。また、棒磁石の密度は均一で、装置の回転軸に対する慣性モーメントの大きさは、 $I=80 \text{ g cm}^2$ である。つり糸のねじれ復元力は無視できる。必要であれば、枠内の式を用いてもよい。

磁気モーメント \mathbf{M} が位置 \mathbf{r} につくる磁場 \mathbf{H} :

$$\text{動径成分} \quad \frac{2|\mathbf{M}|\cos\theta}{|\mathbf{r}|^3}$$

$$\text{接線成分} \quad \frac{|\mathbf{M}|\sin\theta}{|\mathbf{r}|^3}$$

ただし \mathbf{M} の位置を座標の原点とし、 \mathbf{M} と \mathbf{r} のなす角を θ とする。また、 $|\mathbf{r}|$ は十分大きいとする。



(1) はじめ、赤道上に基準点（地磁気の水平成分ベクトル： \mathbf{H}_0 ）を設けて、振動周期を測定した。振動のふれ角 ϕ が十分小さいとき、棒磁石の回転の運動方程式を書け。

(2) 次に、任意の測定点（地磁気の水平成分ベクトル： \mathbf{H}_1 ）で同様の観測を行う。 \mathbf{H}_1 の相対強度 h_1

$$\left(= \frac{|\mathbf{H}_1|}{|\mathbf{H}_0|} \right) \text{ は、基準点に対する測定点での周期の比のみで得られることを示せ。}$$

(3) 測定点を高緯度の地点に移動させたとき、 h_1 は変化することが知られている。どのように変化するか。その変化の様子から、 \mathbf{M}_E は地球のどこに位置し、自転軸に対してどのような方向にあると推定されるか。

(4) 測定の結果、赤道付近での周期は約 3 秒で、磁場の大きさは 0.3 G だった。 \mathbf{M}_E の大きさは、 \mathbf{M}_R の大きさのおよそ何倍か。

(5) \mathbf{M}_E の方向は、過去に何度も逆転を繰り返してきたことが、岩石の磁気測定から明らかとなっている。過去の地磁気の方法が岩石に記録される原理を、1 つあげよ。また地磁気逆転のデータから導かれる地球科学的知見を 1 つあげて、説明せよ。

[5] 固体の性質に関し、以下の問いに、各問5～8行で答えよ。必要に応じて、数式、図などを用いて説明してよい。

- (1) 格子振動に起因する固体の比熱のモデルとして、「アインシュタイン・モデル」と「デバイ・モデル」が知られている。それぞれのモデルについて、特に低温における比熱の温度(T)依存性に着目しつつ、説明せよ。その際、“調和振動子”、“音波”、“デバイ振動数”、“ T^3 則”という語句を用いよ。説明文中では、これらの語句に下線を付すこと。どちらのモデルが、低温での現実の比熱のふるまいを良く説明するか。
- (2) 金属の「フェルミ面」について説明せよ。その際、“自由電子”、“フェルミ統計”、“波数空間”、“フェルミエネルギー”、“フェルミ温度”という語句を用いよ。説明文中では、これらの語句に下線を付すこと。一般の金属のフェルミ温度は何度くらいか。
- (3) 磁場 H 、磁化 M 、温度 T として、等温帯磁率(磁化率) χ_T の定義を与えよ。次に、常磁性体の帯磁率が示す「キュリー則」とはどのような法則か、説明せよ。多くの磁性体の帯磁率は、高温ではキュリー則に従うが、低温ではキュリー則からのずれが観測される。そのずれはどのような要因によるか、説明せよ。