

大阪大学・大学院理学研究科
博士前期課程（宇宙地球科学専攻・第2次募集）入学試験問題
小論文
（2009年11月7日 11時00分～12時30分）

次の〔1〕から〔5〕までの5問のうちから2問を選択して解答せよ。各問には別の解答用紙を用い、解答用紙上部にある問題番号の欄に選択した番号を記入すること。

- [1] 質量 m の質点が水平から角度 θ だけ上方に向けて、初速 v_0 で原点 O から発射された。ただし鉛直下向きに重力（重力加速度 g ）が働いている。発射時刻を $t = 0$ 、発射方向を xy 面内で $x > 0$ かつ $y > 0$ 、鉛直上方を y 軸のプラス方向として、以下の問いに答えよ。
- (1) 運動方程式を解いてこの質点の運動を記述せよ（つまり、時刻 t での位置と速度をあらわす式を求めよ）。
- (2) 発射点から水平に距離 D だけ離れた位置（高さは発射点と同じ）に的がある。この的に当てるためには、初速 v_0 と発射角 θ との間にはどのような条件が必要か。的の大きさは無視できるほど小さいとしてよい。
- (3) さらにその的の手前 d の位置（つまり発射点から距離 $D - d$ の位置）に高さ H の塀がある。この塀を越えて的に当てるためには、発射角 θ にどのような条件が必要か。問い (2) の答えを用いて v_0 を消去し θ に関する条件を求めよ。塀の厚さは無視できるほど薄いとしてよい。
- (4) 重力に加えて、速度 v に比例する摩擦力（ $-bv$ ）が働く場合について、運動方程式を解いてこの質点の運動を記述せよ（つまり、時刻 t での位置と速度をあらわす式を求めよ）。ただし的はないものとし、 b は正の定数とする。
- (5) 問い (2) と (4) の結果をもとに、同じ v_0 と θ の条件で摩擦がある場合とない場合について、質点が描く軌跡の概略を一つのグラフに書け。また、問い (4) のように摩擦力が働く場合に質点の軌跡はどのような運動に近づくかを、 x 方向の座標に注意して述べよ。ただし塀や的は無く、 $y < 0$ の領域でも質点が運動できるとせよ。

[2] 恒星について以下の問いに答えよ。

- (1) 次の語句をすべて使って、恒星の一生について簡潔に説明せよ。

分子雲, 主系列星, 核融合反応, 質量, 太陽の質量, 水素, ヘリウム, 赤色巨星, 超新星, 白色わい星, 中性子星, ブラックホール

- (2) 恒星の一生を調べるときに重要になる, 恒星内部でのエネルギーのつりあいについて考えてみよう。以下の空欄(ア)から(オ)に当てはまる数式を答えなさい。文字が記入されている欄は, それらの文字を用いること。(カ)から(ク)については正しい語句を選ぶこと。解答用紙には導出の経過を書き残しておくこと。

一般に恒星の内部は圧力勾配と重力がつりあった状態になっている。

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} = -\frac{GM_r}{r^2}$$

ここで r は恒星の中心からの距離, ρ は恒星内部の密度, p は圧力, G は重力定数, M_r は r より内側に含まれる恒星の質量である。恒星は球対称とし, ρ, p, M_r は r の関数である。

上式の両辺に $4\pi r^3 \rho$ をかけて, $r=0$ から $r=R$ (星の半径) まで r について積分する。 $r=R$ で $p=0$, $r=0$ で p は有限であるという条件で, 左辺を部分積分をすると, 式全体は $(ア) \gamma \times U = \Omega$ と表される。ここで U は星全体の内部エネルギー, $\Omega = -\int_0^R (GM_r/r) 4\pi r^2 \rho dr$ は星の重力エネルギーである。気体の圧力と単位体積当たりの内部エネルギー u との間には, 比熱比を γ として, $p = (\gamma - 1)u$ の関係があることを使ってよい。

一方, 星の全エネルギーは $E = (イ) U, \Omega$ なので,

$E = (ウ) \gamma \times U$, あるいは $E = (エ) \gamma \times \Omega$ と書ける。これは $\gamma > (オ)$ ならば, 星は重力的に束縛されており, 安定であることを示す。以下はそのような星が安定な場合について考える。

星が光度 L でゆっくりエネルギーを失っているとすると, $dE/dt = -L < 0$ となる。したがって, 時間とともに U は (カ) 減少, 増加 し, Ω は (キ) 減少, 増加 する。内部エネルギーと温度は相関するので, 星はエネルギーを失えば温度が (ク) 減少, 増加 することになる。

- (3) 恒星は地上の多くの物体と異なり, 比熱が負であるといわれる。その理由を問い(2)を参考にして, 「重力」という言葉を使って説明せよ。

[3] 以下の問い(ア)～(ウ)から 1つを選択し、小問(1)、(2)、(3)に分けて解答せよ。必要に応じて数式、図などを用いて説明してよい。また選択した問いの記号(ア)～(ウ)を解答用紙の最初に記入すること。

(ア) 地球上の重力加速度 g を求める実験について以下の問いに答えよ。

- (1) まず地上に固定された単振り子を用いて測定する場合を考える。この実験の原理について述べよ。またこの実験では、どのようなグラフを描いてデータを解析すべきか述べよ。
- (2) ある長さ L の単振り子を用いて得られる重力加速度の値を 10^{-5} 以上の精度で保証するためには、観測する時間の精度にどのような条件が必要か。
- (3) 次に観測者が、測定装置とともに地球の赤道を自転方向(東向き)に移動しながら重力測定を行なう場合について考える。
観測者が地表に対して速度 $v(3.00 [\text{m s}^{-1}])$ で移動するものとする。静止状態の g に修正するための補正量について述べよ。地球は球形と仮定し、その自転の角速度は $\omega = 7.292 \times 10^{-5} [\text{rad s}^{-1}]$ とせよ。

(イ) Si (シリコン) 結晶を用いてアボガドロ数を実測する手法について以下の問いに答えよ。

- (1) 物質の格子定数 d は、波長 λ が既知の X 線を用いて調べることができる。格子定数を求めるための X 線の発生方法を述べたうえで、X 線回折法の原理についてその概略を述べよ。
- (2) Si 結晶はダイヤモンド構造をとり、その単位格子は立方晶である。この単位格子あたりの Si の原子数を求めよ。
- (3) 格子定数 d が求められたものとして、アボガドロ数 N を算出する方法を述べよ。ただし Si の原子量を M 、密度を ρ とする。

(ウ) 海洋堆積物を用いて古環境を議論する手法について以下の問いに答えよ。

- (1) 海洋堆積物の年代測定法のひとつとして ^{230}Th 年代測定法がある。 ^{230}Th は ^{238}U 系列に属し、その主な壊変過程は、 ^{238}U (44.7 億年) \rightarrow ^{234}Th (24.1 日) \rightarrow $^{234\text{m}}\text{Pa}$ (1.17 分) \rightarrow ^{234}U (24.6 万年) \rightarrow ^{230}Th (7.54 万年) \rightarrow ^{226}Ra (1600 年) ... である。(なお、およその半減期を括弧内に示した)。一方、河川が陸地を浸食して海に供給する U, Th のうち、U は海水に溶け、その海水中の平均滞留時間が 50 万年程度であるのに対し、Th は海水に溶けず、平均滞留時間は 300 年程度で沈殿する。以上をふまえて、放射平衡・非平衡の意味を説明しつつ、海洋堆積物における ^{230}Th 年代測定法の適用限界について述べよ。
- (2) 海洋堆積物中の酸素同位体を用いて過去の気候変動を議論する手法について述べよ。
- (3) 同位体を分別するための質量分析法についてその原理の概略を述べよ。

[4] 以下の問い(ア)～(ク)から、3つを選択して、それぞれ5～10行程度で解答せよ(図を用いてもよいが行数には数えないこと)。また選択した問いの記号を、解答用紙に記入せよ。

- (ア) 高密度相は高圧で安定であることを、ギブスの自由エネルギーを用いて示せ。また、このような鉱物の他形の例を挙げよ。
- (イ) 固体地球内部の層構造について述べ、その起源を論ぜよ。
- (ウ) 鉱物中での元素の拡散を解析することにより得られる地球科学的な情報について述べよ。
- (エ) 地震の発生には水が重要な役割を果たすと考えられるようになってきたが、これについて述べよ。
- (オ) 火成岩の固結年代を求める方法について、具体例を挙げて述べよ。
- (カ) 太陽系における元素存在度はどのようにして求められるか、またその主要元素が水素と質量数4の倍数の核種をもつ元素である理由について述べよ。
- (キ) 隕石の大多数は小惑星を起源とすると考えられている。その理由を2つ挙げよ。また、小惑星以外を起源とする隕石にはどのような起源をもつものが知られているか述べよ。
- (ク) 結晶が持つ物性の異方性について、2つの例を挙げて説明せよ。

[5] 以下の問い(1)および(2)に答えよ。

(1) 生体分子をはじめとした有機分子を観測する際には、様々な波長の電磁波が用いられている。電磁波はその波長によって、(ア)ガンマ線、(イ)X線、(ウ)紫外線・可視光線、(エ)赤外線、(オ)電波などと呼ばれている。(ア)～(オ)のうちから2つを選び、それぞれに関して、有機分子との相互作用(吸収や放出)および有機分子や生体に対する利用法について、5～10行程度で説明せよ。なお、解答には選択した電磁波名を記すとともに、説明には以下に示す語句の中から適当なものがあれば用いてよい。

内殻電子、シグマ電子、パイ電子、タンパク質、核酸、化学結合、イオン化、散乱、ラジカル、励起、振動、回転、熱、スペクトル線、画像化、殺菌

(2) 自然環境では、様々な物質の生成や分解の反応が進行している。その反応速度を増加させる要因(物理量など)を一つ挙げ、式を用いて反応速度との関係を5～10行程度で説明せよ。