

小論文

平成 19 年 11 月 17 日 11 時 ~ 12 時 30 分

以下の【1】から【5】の五問題から二問題を選択して解答せよ。なお解答用紙上部に選択した問題番号、氏名・受験番号を書くこと。

【1】図1のように、容量 C と抵抗 R とを使った回路 A、B がある。時間 t の関数として、入力電圧を $V(t)$ 、出力電圧を $v(t)$ とした時、A、B それぞれについて以下の問に答えよ。

- (1) 回路を流れる電流 I は C に蓄積された電荷 Q の時間微分であることに注意して、 Q についての微分方程式を書け。また、 Q を用いて出力電圧 $v(t)$ を表せ。
- (2) 入力電圧が時間的に、 $V(t) = 0$ ($t \leq 0$)、 $V(t) = V_0$ ($t > 0$) のように変化したとき、(1) の微分方程式を解き、出力電圧 $v(t)$ の具体的な時間変化を求め、図示せよ。ただし、 V_0 は定数、 $v(0) = 0$ とする。
- (3) A は積分回路、B は微分回路と呼ばれるが、その理由を説明せよ。

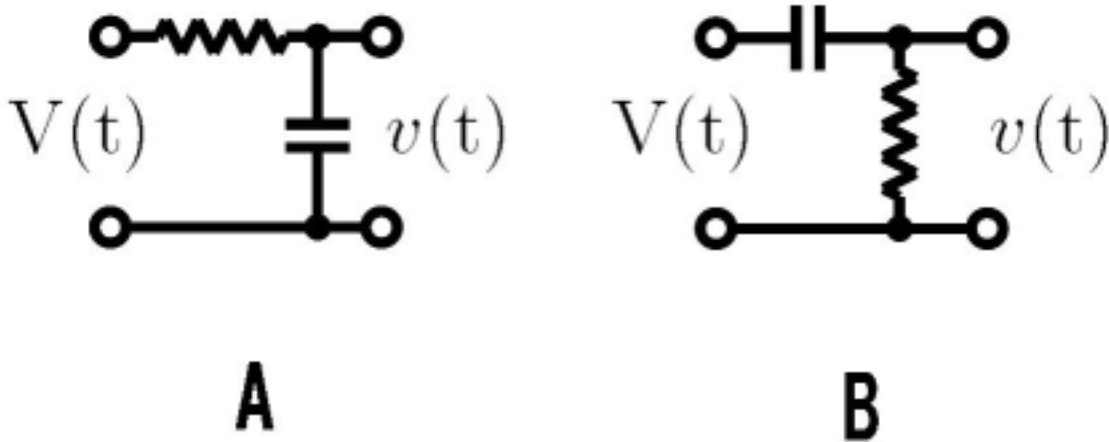


図 1:

【2】質量 m_1 と m_2 の二つの星が連星系をなしている。簡単のため、それぞれの星は連星系の重心周りに半径 a_1 と a_2 の円運動をしているとする。重力定数を G 、円運動の周期を T とし、以下の間に答えよ。

- (1) 下式で表されるケプラーの第3法則を導け。

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{G(m_1 + m_2)}{(a_1 + a_2)^3}$$

- (2) 観測において、質量 m_1 の星は検出できるが、質量 m_2 の星は暗くて検出できない場合を考える。この時、スペクトル線の振動数は円運動に起因するドップラー効果により周期 T で変化する。この変化の振幅から、星 m_1 の視線方向の速さの振幅 $v_{1,\parallel}$ も観測的に決定できる。軌道面の法線と視線方向とのなす軌道傾斜角を i とするとき、星の質量 m_1 、 m_2 についてどのようなことがわかるか、式を使って説明せよ。
- (3) 一般に軌道傾斜角を観測で決めることは困難であるが、食現象の有無やその性質により制限をつけることができる。これについて説明せよ。
- (4) 観測されるスペクトル線は厳密に一定の振動数にたいして放出や吸収がおきるのではなく、中心振動数 ν_0 付近の振動数にたいしても放出や吸収をおこす。その強さは ν_0 付近ではガウス型であり、振動数を ν とすると、 A を定数として

$$\exp\{-A(\nu - \nu_0)^2\}$$

の形になる。なぜこのような形になるか、また A が物理的に何に対応しているかについて説明せよ。

- (5) スペクトル線にはさらに下式で示されるローレンツ型の広がり

$$\frac{1}{(\nu - \nu_0)^2 + B^2}$$

を持つ成分が見られる。この広がりの原因および定数 B の物理的意味について説明せよ。

【3】過去の気温変動のデータを得るために、海水中で形成された有孔虫殻の酸素同位体比を利用する方法が知られている。酸素の同位体比は図2のような原理を用いて測定できる。ここでは速さ v_0 で $+x$ 軸方向に進む酸素原子のイオンが、 yz 面上の点 S に入射し、磁束密度 B の中を運動したのち、 yz 面上の点 P に到達する。 B は一定かつ均一で、 $x > 0$ の領域で $+z$ 軸方向に印加されており、酸素イオンは全て $+1$ 価として、以下の問に答えよ。

- (1) $x > 0$ にある荷電粒子には、ローレンツ力が働く。その運動方程式の x 、 y および z 成分を記せ。これらの式を用いて、 S に入射した質量 m の酸素イオンは、半径 $R = m v_0 / (e B)$ の円運動をすることを導け。ここで e は電気素量、 B は $|B|$ を表す。
- (2) S に入射した質量 $m + \Delta m$ のイオンが yz 面上で到達する点は、質量 m のイオンの到達点とは異なる。到達点の違いによって、質量の異なるこれら 2 つのイオンを区別したい。 yz 面上でのイオンの入射位置が、 S を中心とした半径 a の円内にあるとき、上記の区別ができるための a の条件を求めよ。
- (3) 有孔虫殻の $^{18}\text{O}/^{16}\text{O}$ 比が気温で変動する原因を説明せよ。説明には以下の用語を用いても良い。
同位体質量分別、海水の蒸発、陸地の氷床、海水の $^{18}\text{O}/^{16}\text{O}$ 比
- (4) 有孔虫殻の同位体比研究以外に、過去の気温変動データを利用した研究を一つあげ、その内容を説明せよ。

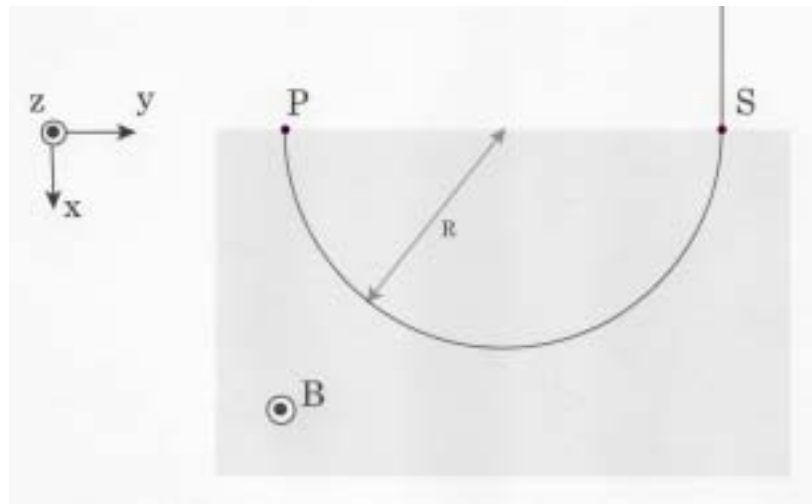


図 2:

【4】地球や月・火星・小惑星を構成する岩石を調べることにより、その生成条件や成因などが議論されている。このような研究のためには、岩石の元素組成、同位体組成、鉱物組成、組織、密度、残留磁化などの物質科学的なデータが必要となる。以下の問に答えよ。ただし、(2)、(3)については、問題【3】の内容は避けること。

- (1) これらの物質科学的なデータのうちから3つを選び、それぞれについて、それらを得るための手段(分析法あるいは観察法)をあげよ。
- (2) (1)であげた3つの手段をもとにして得たデータからは、どのような地球惑星科学的な情報が得られるか、それぞれ具体例をあげて説明せよ。
- (3) (1)であげた3つの手段のうちの一つについて、その原理を図なども用いて簡潔に説明せよ。

【5】地球大気の鉛直分布について考察しよう。高度 z において、圧力を $p(z)$ 、密度を $\rho(z)$ 、温度を $T(z)$ 、大気は理想気体とみなし、その気体定数は R 、重力加速度 g は定数で、高度に依存しないとする。また大気は乾燥しており、その組成は高度により変化しないと考える。以下の問に答えよ。

- (1) 鉛直上方に伸びる仮想的な大気の柱を考える。ある断面で大気が静水圧平衡の状態にあるとして、 z における圧力と重力のつりあいの式を書け。
- (2) $T(z)$ は高度によらず一定値 T_C であると仮定する。 $p(z)$ を地表の圧力 $p(0)$ を用いて表せ。
- (3) 実際の大気の $T(z)$ は z に依存する。地表付近で温められた大気の塊が、上昇するときに、断熱膨張するものと考えて、 $T(z)$ の z 依存性を求めよ。大気の運動はゆっくりであり、(1) で求めたつりあいの式は常に成立するものとする。また、大気定圧モル比熱を C_P 、定積モル比熱を C_V とする。
- (4) (3) の解が、 $T(z) = T(0) - \beta z$ (β : 正の定数) と表されたものとするとき、 $p(z)$ を地表の圧力 $p(0)$ を用いて表せ。

次に、実際の大気のように水蒸気を含む場合を考える。

- (5) 水蒸気で飽和している大気の塊が、断熱的に上昇する場合の温度変化と、乾燥している大気の塊が上昇する場合の温度変化とを比較し、その違いを定性的に説明せよ。また以上の議論を用いてフェーン現象について説明せよ。